Ejercicios Resueltos del Algebra de Baldor.

Sistemas de Ecuaciones de primer grado

I. Eliminación por igualación

Procedimiento

1. Se ordenan (alfabéticamente) y nombran las ecuaciones
2. Se despeja una de las incógnitas en ambas ecuaciones.
3. Se igualan entre sí las expresiones de la incógnita despejada en el paso anterior
4. Se resuelve la ecuación resultante (ecuación de una incógnita).
5. El valor numérico obtenido para la incógnita que estamos resolviendo, se sustituye en cualquiera de las ecuaciones originales, obteniendo así el valor numérico de la otra incógnita.

Resolver por el método de igualación:

1. $\begin{cases} x + 6y = 27 \\ 7x - 3y = 9 \end{cases}$

Solución:

Nombramos las ecuaciones

$$x + 6y = 27 \quad (1)$$
$$7x - 3y = 9 \quad (2)$$

Despejamos x en ambas ecuaciones

$$x + 6y = 27 \Leftrightarrow x = 27 - 6y \quad (3)$$
$$7x - 3y = 9 \Leftrightarrow 7x = 9 + 3y \Leftrightarrow x = \frac{9+3y}{7} \quad (4)$$

Igualamos (3) y (4):

$$27 - 6y = \frac{9+3y}{7} \qquad \{\text{pués } x = x\},$$
$$\Rightarrow \quad 189 - 42y = 9 + 3y \qquad \{\text{multiplicando cada término de la ecuación por } 7\},$$
$$\Rightarrow \quad -42y - 3y = 9 - 189 \qquad \{\text{transponiendo}\},$$
$$\Rightarrow \quad -45y = -180 \qquad \{\text{reduciendo}\};$$
$$\therefore \quad y = 4 \qquad \{\text{dividiendo cada miembro de la ecuación por } -45\} \quad (5)$$

Sustituimos (5) en (1):

$$x + 6(4) = 27 \Leftrightarrow x + 24 = 27;$$
$$\therefore \quad x = 3 \qquad \{\text{restando 24 en ambos miembros}\}.$$

Respuesta: $s = \begin{cases} x = 3 \\ y = 4. \end{cases}$

2. $\begin{cases} 3x - 2y = -2 \\ 5x + 8y = -60 \end{cases}$

Solución:

Nombramos las ecuaciones

$$3x - 2y = -2 \quad (1)$$

$$5x + 8y = -60 \quad (2)$$

Despejamos x en ambas ecuaciones

$$3x - 2y = -2 \Leftrightarrow 3x = -2 + 2y \Leftrightarrow x = \frac{-2 + 2y}{3} \quad (3)$$

$$5x + 8y = -60 \Leftrightarrow 5x = -60 - 8y \Leftrightarrow x = \frac{-60 - 8y}{5} \quad (4)$$

Igualamos (3) y (4):

$$\frac{-2 + 2y}{3} = \frac{-60 - 8y}{5} \qquad \{\text{pués } x = x\},$$

$\Rightarrow \quad -10 + 10y = -180 - 24y \quad$ {multiplicando cada término de la ecuación por 15, el M.C.D.},

$\Rightarrow \quad 10y + 24y = -180 + 10 \quad$ {transponiendo},

$\Rightarrow \quad 34y = -170 \quad$ {reduciendo};

$\therefore \quad y = -5 \quad$ {dividiendo cada miembro de la ecuación por 34} $\quad (5)$

Sustituimos (5) en (1):

$$3x - 2(-5) = -2 \Leftrightarrow 3x + 10 = -2 \Leftrightarrow 3x = -12;$$

$\therefore \quad x = -4 \quad$ {dividiendo cada miembro por 3}.

Respuesta: $s = \begin{cases} x = -4 \\ y = -5. \end{cases}$

3. $\begin{cases} 3x + 5y = 7 \\ 2x - y = -4 \end{cases}$

Solución:

Nombramos las ecuaciones

$$3x + 5y = 7 \quad (1)$$

$$2x - y = -4 \quad (2)$$

Despejamos x en ambas ecuaciones

$$3x + 5y = 7 \Leftrightarrow 3x + 5y = 7 - 5y \Leftrightarrow x = \frac{7 - 5y}{3} \quad (3)$$

$$2x - y = -4 \Leftrightarrow 2x = -4 + y \Leftrightarrow x = \frac{-4 + y}{2} \quad (4)$$

Igualamos (3) y (4):

$$\frac{7-5y}{3}=\frac{-4+y}{2} \qquad \{\text{pués } x=x\},$$

$\Rightarrow \quad 14-10y=-12+3y \qquad$ {multiplicando cada término de la ecuación por 6, el M.C.D.},

$\Rightarrow \quad -10y-3y=-12-14 \qquad$ {transponiendo},

$\Rightarrow \quad -13y=-26 \qquad$ {reduciendo};

$\therefore \quad y=2 \qquad$ {dividiendo cada miembro de la ecuación por -13} (5)

Sustituimos (5) en (2):

$$2x-2=-4 \Leftrightarrow 2x=-2;$$

$\therefore \quad x=-1 \qquad$ {dividiendo cada miembro por 2}.

Respuesta: $s=\begin{cases} x=-1 \\ y=2. \end{cases}$

II. Eliminación por sustitución

Procedimiento
1. Se ordenan (alfabéticamente) y nombran las ecuaciones **2.** Se despeja una de las incógnitas en cualquiera de las dos ecuaciones. **3.** El valor de la incógnita despejada se sustituye en la otra ecuación. **4.** Se resuelve la ecuación resultante (ecuación de una incógnita). **5.** El valor numérico obtenido para la incógnita que estamos resolviendo, se sustituye en cualquiera de las ecuaciones originales, obteniendo así el valor numérico de la otra incógnita.

Resolver por sustitución:

1. $\begin{cases} x+3y=6 \\ 5x-2y=13 \end{cases}$

Solución:

Nombremos las ecuaciones:

$$x+3y=6 \qquad (1)$$

$$5x-2y=13 \qquad (2)$$

Despejemos x en (1):

$$x+3y=6,$$

$\Rightarrow \quad x=6-3y \qquad (3)$

Recopilador: Dámaso Rojas. www.galeon.com/damasorojas/
damasorojas8@galeon.com, damasorojas8@gmail.com, joeldama@yahoo.com

Sustituyamos (3) en (2):

$$5(6-3y)-2y=13,$$

$\Rightarrow \quad 30-15y-2y=13,$

$\Rightarrow \quad 30-17y=13,$

$\Rightarrow \quad -17y=-17$ {restando 30 unidades en ambos miembros de la ecuación};

$\therefore \quad y=1$ {dividiendo por -17 ambos miembros de la igualdad} (4)

Sustituyamos (4) en (1):

$$x+3(1)=6,$$

$\Rightarrow \quad x+3=6;$

$\therefore \quad x=3$ {restando 3 en ambos miembros de la ecuación}

Respuesta: $x=3$ e $y=1$.

2. $\begin{cases} 5x+7y=-1 \\ -3x+4y=-24 \end{cases}$

Nombremos las ecuaciones:

$5x+7y=-1$ (1)

$-3x+4y=-24$ (2)

Despejemos x en (1):

$$5x+7y=-1,$$

$\Rightarrow \quad 5x=-1-7y,$

$\Rightarrow \quad x=\dfrac{-1-7y}{5}$ (3)

Sustituyamos (3) en (2):

$$-3\left(\frac{-1-7y}{5}\right)+4y=-24,$$

$\Rightarrow \quad 3+21y+20y=-120$ {destruyendo paréntesis y multiplicando cada término por 5},

$\Rightarrow \quad 41y=-123$ {reduciendo términos semejantes};

$\therefore \quad y=-3$ {dividiendo por 41 ambos miembros de la igualdad} (4)

Sustituyamos (4) en (1):

$$5x+7(-3)=-1,$$

$\Rightarrow \quad 5x-21=-1,$

$\Rightarrow \quad 5x=20$ {sumando 21 unidades en ambos miembros de la ecuación};

$\therefore \quad x=4$ {dividiendo por 41 ambos miembros de la igualdad}.

Respuesta: $x=4$ e $y=-3$.

3. $\begin{cases} 4y + 3x = 8 \\ 8x - 9y = -77 \end{cases}$

Ordenamos y nombremos las ecuaciones:

$$3x + 4y = 8 \qquad (1)$$
$$8x - 9y = -77 \qquad (2)$$

Despejemos x en (1):

$$3x + 4y = 8,$$
$$\Rightarrow \quad 3x = 8 - 4y,$$
$$\Rightarrow \quad x = \frac{8 - 4y}{3} \qquad (3)$$

Sustituyamos (3) en (2):

$$8\left(\frac{8 - 4y}{3}\right) - 9y = -77,$$

$\Rightarrow \quad 64 - 32y - 27y = -231$ {destruyendo paréntesis y multiplicando cada término por 3},

$\Rightarrow \quad -59y = -295$ {reduciendo términos semejantes};

$\therefore \quad y = 5$ {dividiendo por -59 ambos miembros de la igualdad} (4)

Sustituyamos (4) en (1):

$$3x + 4(5) = 8,$$
$$\Rightarrow \quad 3x + 20 = 8,$$

$\Rightarrow \quad 3x = -12$ {restando 20 unidades en ambos miembros de la ecuación};

$\therefore \quad x = -4$ {dividiendo por 3 ambos miembros de la igualdad}.

Respuesta: $x = -4$ e $y = 5$.

4. $\begin{cases} x - 5y = 8 \\ -7x + 8y = 25 \end{cases}$

Nombremos las ecuaciones:

$$x - 5y = 8 \qquad (1)$$
$$-7x + 8y = 25 \qquad (2)$$

Despejemos x en (1):

$$x - 5y = 8,$$
$$\Rightarrow \quad x = 8 + 5y, \qquad (3)$$

Sustituyamos (3) en (2):

$$-7(8 + 5y) + 8y = 25,$$

$\Rightarrow \quad -56 - 35y + 8y = 25$ {destruyendo paréntesis},

$\Rightarrow \quad -27y = 81$ {reduciendo términos semejantes};

$\therefore \quad y = -3$ {dividiendo por -27 ambos miembros de la igualdad} (4)

Sustituyamos (4) en (1):

$$x - 5(-3) = 8,$$
$$\Rightarrow \quad x + 15 = 8;$$

$\therefore \quad x = -7$ {restando 15 unidades en ambos miembros de la ecuación}.

Respuesta: $x = -7$ e $y = -3$.

5. $\begin{cases}15x+11y=32\\ 7y-9x=8\end{cases}$

Ordenemos y nombremos las ecuaciones:

$15x+11y=32 \qquad (1)$

$-9x+7y=8 \qquad (2)$

Despejemos x en (1):

$15x+11y=32,$

$\Rightarrow \quad 15x=32-11y$

$\Rightarrow \quad x=\dfrac{32-11y}{15}, \qquad (3)$

Sustituyamos (3) en (2):

$-9\left(\dfrac{32-11y}{15}\right)+7y=8,$

$\Rightarrow \quad -96+33y+35y=40$ {destruyendo paréntesis (previamente sacando tercera a 9 y a15) y multiplicando cada término por 5},

$\Rightarrow \quad 68y=136$ {reduciendo términos semejantes};

$\therefore \quad y=2$ {dividiendo por 68 ambos miembros de la igualdad} (4)

Sustituyamos (4) en (1):

$15x+11(2)=32,$

$\Rightarrow \quad 15x+22=32,$

$\Rightarrow \quad 15x=10$ {restando 22 unidades en ambos miembros de la ecuación};

$\therefore \quad x=\dfrac{2}{3}$ {dividiendo por 15 ambos miembros y simplificando}.

Respuesta: $x=\dfrac{2}{3}$ e $y=2$.

6. $\begin{cases}10x+18y=-11\\ 16x-9y=-5\end{cases}$

Ordenemos y nombremos las ecuaciones:

$10x+18y=-11 \qquad (1)$

$16x-9y=-5 \qquad (2)$

Despejemos x en (1):

$10x+18y=-11,$

$\Rightarrow \quad 10x=-11-18y$

$\Rightarrow \quad x=\dfrac{-11-18y}{10}, \qquad (3)$

Sustituyamos (3) en (2):

$16\left(\dfrac{-11-18y}{10}\right)-9y=-5,$

$\Rightarrow \quad -88-144y-45y=-25$ {destruyendo paréntesis (previamente sacando mitad a 16 y a10) y multiplicando cada término por 5},

$\Rightarrow \quad -189y=63$ {reduciendo términos semejantes};

$\therefore \quad y=-\dfrac{1}{3}$ {dividiendo por -189 ambos miembros de la igualdad y simplificando} (4)

Sustituyamos (4) en (1):

$$10x+18\left[-\frac{1}{3}\right]=-11,$$

$\Rightarrow \quad 10x-6=-11,$

$\Rightarrow \quad 10x=-5$ {sumando 6 unidades en ambos miembros de la ecuación};

$\therefore \quad x=-\dfrac{1}{2}$ {dividiendo por 10 ambos miembros y simplificando}.

Respuesta: $x=-\dfrac{1}{2}$ e $y=-\dfrac{1}{3}$.

7. $\begin{cases} 4x+5y=5 \\ -10y-4x=-7 \end{cases}$

Ordenemos y nombremos las ecuaciones:

$$4x+5y=5 \qquad (1)$$

$$-4x-10y=-7 \qquad (2)$$

Despejemos x en (1):

$$4x+5y=5,$$

$\Rightarrow \quad 4x=5-5y$

$\Rightarrow \quad x=\dfrac{5-5y}{4}, \qquad (3)$

Sustituyamos (3) en (2):

$$-4\left(\frac{5-5y}{4}\right)-10y=-7,$$

$\Rightarrow \quad -5+5y-10y=-7$ {destruyendo paréntesis (previamente simplificando),

$\Rightarrow \quad -5y=-2$ {reduciendo términos semejantes};

$\therefore \quad y=\dfrac{2}{5}$ {dividiendo por -5 ambos miembros de la igualdad y simplificando} (4)

Sustituyamos (4) en (1):

$$4x+5\left(\frac{2}{5}\right)=5,$$

$\Rightarrow \quad 4x+2=5,$

$\Rightarrow \quad 4x=3$ {restando 2 unidades en ambos miembros de la ecuación};

$\therefore \quad x=\dfrac{3}{4}$ {dividiendo por 10 ambos miembros y simplificando}.

Respuesta: $x=\dfrac{3}{4}$ e $y=\dfrac{2}{5}$.

8. $\begin{cases} 32x - 25y = 13 \\ 16x + 15y = 1 \end{cases}$

Nombremos las ecuaciones:

$$32x - 25y = 13 \qquad (1)$$
$$16x + 15y = 1 \qquad (2)$$

Despejemos x en (1):

$$32x - 25y = 13,$$
$$\Rightarrow \quad 32x = 13 + 25y,$$
$$\Rightarrow \quad x = \frac{13 + 25y}{32}, \qquad (3)$$

Sustituyamos (3) en (2):

$$16\left(\frac{13 + 25y}{32}\right) + 15y = 1,$$
$$\Rightarrow \quad 13 + 25y + 30y = 2 \qquad \{\text{destruyendo paréntesis (previamente simplificando)},$$
$$\Rightarrow \quad 55y = -11 \qquad \{\text{reduciendo términos semejantes}\};$$
$$\therefore \quad y = -\frac{1}{5} \qquad \{\text{dividiendo por 55 ambos miembros de la igualdad y simplificando}\} \qquad (4)$$

Sustituyamos (4) en (1):

$$32x - 25\left(-\frac{1}{5}\right) = 13,$$
$$\Rightarrow \quad 32x + 5 = 13,$$
$$\Rightarrow \quad 32x = 8 \qquad \{\text{restando 5 unidades en ambos miembros de la ecuación}\};$$
$$\therefore \quad x = \frac{1}{4} \qquad \{\text{dividiendo por 32 ambos miembros y simplificando}\}.$$

Respuesta: $x = \frac{1}{4}$ e $y = -\frac{1}{5}$.

9. $\begin{cases} -13y + 11x = -163 \\ -8x + 7y = 94 \end{cases}$

Ordenemos y nombremos las ecuaciones:

$$11x - 13y = -163 \qquad (1)$$
$$-8x + 7y = 94 \qquad (2)$$

Despejemos x en (1):

$$11x - 13y = -163,$$
$$\Rightarrow \quad 11x = -163 + 13y,$$
$$\Rightarrow \quad x = \frac{-163 + 13y}{11}, \qquad (3)$$

Sustituyamos (3) en (2):

$$-8\left(\frac{-163+13y}{11}\right)+7y=94,$$

$\Rightarrow \quad 1304-104y+77y=1034$ {destruyendo paréntesis y multiplicando la ecuación por 11},

$\Rightarrow \quad -27y=-270$ {reduciendo términos semejantes};

$\therefore \quad y=10$ {dividiendo por -27 ambos miembros de la igualdad y simplificando} (4)

Sustituyamos (4) en (1):

$$11x-13(10)=-163,$$

$\Rightarrow \quad 11x-130=-163,$

$\Rightarrow \quad 11x=-33$ {sumando 130 unidades en ambos miembros de la ecuación};

$\therefore \quad x=-3$ {dividiendo por 11 ambos miembros y simplificando}.

Respuesta: $x=-3$ e $y=10$.

III. Método de reducción

Procedimiento

1. Se ordenan (alfabéticamente) y nombran las ecuaciones
2. Se halla el M.C.M (mínimo común múltiplo) de los coeficientes de alguna de las incógnitas
3. Dividimos el M.C.M por cada uno de los coeficientes de la letra escogida y el cociente lo multiplicams por dicho coeficiente
4. Se suman o restan las ecuaciones, dependiendo de si los coeficientes tienen diferente signo o igual signo
5. Se despeja la incógnita de la ecuación resultante
6. Se sustituye el valor numérico de la incógnita, obtenido en el paso anterior, en cualquiera de las dos ecuaciones originales
7. Se halla el valor de la segunda incógnita
Nota1: la simbología utilizada para denotar el mínimo común múltiplo, *c*, de los dos números, *a* y *b*, es la siguiente: $[a, b]=c$.

1. $\begin{cases} 6x-5y=-9 \\ 4x+3y=13 \end{cases}$

Solución:

Nombremos las ecuaciones:

$$6x-5y=-9 \quad (1)$$
$$4x+3y=13 \quad (2)$$

Vamos a eliminar la y. $[3, 5]=15$; multiplicamos la ecuación (1) por 3 y la (2) por 5, y sumamos las ecuaciones resultantes:

$$\begin{array}{l} 18x-15y=-27 \\ \underline{20x+15y=\ \ 65} \\ 38x \qquad\ \ =\ \ 38; \end{array}$$

$\therefore \quad x=1$ {dividiendo ambos miembros por 38} (3)

Recopilador: Dámaso Rojas. www.galeon.com/damasorojas/
damasorojas8@galeon.com, damasorojas8@gmail.com, joeldama@yahoo.com

Sustituyamos (3) en (2):

$4(1) + 3y = 13,$

$\Rightarrow \quad 4 + 3y = 13,$

$\Rightarrow \quad 3y = 9$ {restando 30 unidades en ambos miembros de la ecuación};

$\therefore \quad y = 3$ {dividiendo por 3 ambos miembros de la igualdad}

Respuesta: $x = 1$ e $y = 3$.

2. $\begin{cases} 7x - 15y = 1 \\ -x - 6y = 8 \end{cases}$

<u>Solución</u>:

Nombremos las ecuaciones:

$7x - 15y = 1 \quad (1)$

$-x - 6y = 8 \quad (2)$

Vamos a eliminar la x. $[1,\ 7] = 7$; multiplicamos la ecuación (2) por 7, y sumamos las ecuaciones resultantes:

$$\begin{array}{r} 7x - 15y = 1 \\ \underline{-7x - 42y = 56} \\ -57y = 57; \end{array}$$

$\therefore \quad y = -1$ {dividiendo ambos miembros por 57} (3)

Sustituyamos (3) en (2):

$-x - 6(-1) = 8,$

$\Rightarrow \quad -x + 6 = 8,$

$\Rightarrow \quad -x = 2$ {restando 6 unidades en ambos miembros de la ecuación};

$\therefore \quad x = -2$ {multilplicando por -1 ambos miembros de la igualdad}

Respuesta: $x = -2$ e $y = -1$.

3. $\begin{cases} 3x - 4y = 41 \\ 11x + 6y = 47 \end{cases}$

<u>Solución</u>:

Nombremos las ecuaciones:

$3x - 4y = 41 \quad (1)$

$11x + 6y = 47 \quad (2)$

Vamos a eliminar la y. $[4,\ 6] = 12$; multiplicamos la ecuación (1) por 3 y la (2) por 2, y sumamos las ecuaciones resultantes:

$$\begin{array}{r} 9x - 12y = 123 \\ \underline{22x + 12y = 94} \\ 31x \qquad = 217; \end{array}$$

$\therefore \quad x = 7$ {dividiendo ambos miembros por 31} (3)

Sustituyamos (3) en (2):

$$11(7) + 6y = 47,$$

$\Rightarrow \quad 77 + 6y = 47,$

$\Rightarrow \quad 6y = -30 \quad$ {restando 77 unidades en ambos miembros de la ecuación};

$\therefore \quad y = -5 \quad$ {dividiendo por 6 ambos miembros de la igualdad}

Respuesta: $x = 7$ e $y = -5$.

4. $\begin{cases} 9x + 11y = -14 \\ 6x - 5y = -34 \end{cases}$

<u>Solución</u>:

Nombremos las ecuaciones:

$$9x + 11y = -14 \qquad (1)$$

$$6x - 5y = -34 \qquad (2)$$

Vamos a eliminar la y. $[5, 11] = 55$; multiplicamos la ecuación (1) por 5 y la (2) por 11, y sumamos las ecuaciones resultantes:

$$\begin{array}{l} 45x + 55y = -70 \\ \underline{66x - 55y = -374} \\ 111x \qquad\quad = -444; \end{array}$$

$\therefore \quad x = -4 \quad$ {dividiendo ambos miembros por 111} $\quad$ (3)

Sustituyamos (3) en (1):

$$9(-4) + 11y = -14,$$

$\Rightarrow \quad -36 + 11y = -14,$

$\Rightarrow \quad 11y = 22 \quad$ {sumando 36 unidades en ambos miembros de la ecuación};

$\therefore \quad x = 2 \quad$ {dividiendo por 11 ambos miembros de la igualdad}

Respuesta: $x = -4$ e $y = 2$.

5. $\begin{cases} 10x - 3y = 36 \\ 2x + 5y = -4 \end{cases}$

<u>Solución</u>:

Nombremos las ecuaciones:

$$10x - 3y = 36 \qquad (1)$$

$$2x + 5y = -4 \qquad (2)$$

Vamos a eliminar la x. $[2, 10] = 10$; multiplicamos la ecuación (2) por 5,
y restamos las ecuaciones resultantes:

$$\begin{array}{l} 10x \;\; - 3y = 36 \\ \underline{-10x - 25y = 20} \\ \qquad\; - 28y = 56; \end{array}$$

$\therefore \quad y = -2 \quad$ {dividiendo ambos miembros por -28} $\quad$ (3)

Sustituyamos (3) en (2):

$$2x + 5(-2) = -4,$$

$\Rightarrow \quad 2x - 10 = -4,$

$\Rightarrow \quad 2x = 6 \quad$ {sumando 10 unidades en ambos miembros de la ecuación};

$\therefore \quad x = 3 \quad$ {dividiendo por 2 ambos miembros de la igualdad}

Respuesta: $x = 3$ e $y = -2$.

6. $\begin{cases} 11x - 9y = 2 \\ 13x - 15y = -2 \end{cases}$

Solución:

Nombremos las ecuaciones:

$$11x - 9y = 2 \quad (1)$$

$$13x - 15y = -2 \quad (2)$$

Vamos a eliminar la y. $[9,\ 15] = 45$; multiplicamos la ecuación (1) por 5 y la (2) por 3, y restamos las ecuaciones resultantes:

$$\begin{array}{rcr} 55x - 45y &=& 10 \\ -39x + 45y &=& 6 \\ \hline 16x \qquad &=& 16; \end{array}$$

$\therefore \quad x = 1 \quad$ {dividiendo ambos miembros por 16} $\quad (3)$

Sustituyamos (3) en (1):

$$11(1) - 9y = 2,$$

$\Rightarrow \quad 11 - 9y = 2,$

$\Rightarrow \quad -9y = -9 \quad$ {restando 11 unidades en ambos miembros de la ecuación};

$\therefore \quad y = 1 \quad$ {dividiendo por -9 ambos miembros de la igualdad}

Respuesta: $x = 1$ e $y = 1$.

Resolución de sistemas numéricos de dos ecuaciones enteras con dos incógnitas

Procedimiento

1. Se llevan las ecuaciones a la forma *ax* + *by* = *c*

2. Se halla el M.C.M (mínimo común múltiplo) de los coeficientes de alguna de las incógnitas

3. Dividimos el M.C.M por cada uno de los coeficientes de la letra escogida y el cociente lo multiplicamos por dicho coeficiente

4. Se suman o restan las ecuaciones, dependiendo de si los coeficientes tienen diferente signo o igual signo

5. Se despeja la incógnita de la ecuación resultante

6. Se sustituye el valor numérico de la incógnita, obtenido en el paso anterior, en cualquiera de las dos ecuaciones originales

7. Se halla el valor de la segunda incógnita

Nota1: la simbología utilizada para denotar el mínimo común múltiplo, *c*, de los dos números, *a* y *b*, es la siguiente: [*a*, *b*] = *c*.

Resolver los siguientes sistemas:

1. $\begin{cases} 8x - 5 = 7y - 9 \\ 6x = 3y + 6 \end{cases}$

Solución:

$$\begin{cases} 8x - 5 = 7y - 9 \\ 6x = 3y + 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8x - 7y = -9 + 5 \\ 6x - 3y = 6 \end{cases} \quad \{\text{transponiendo}\},$$

$$\Rightarrow \quad \begin{cases} 8x - 5 = 7y - 9 \\ 6x = 3y + 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8x - 7y = -4 & (1) \\ 6x - 3y = 6 & (2) \end{cases} \quad \{\text{reduciendo y nombrando las ecuaciones}\},$$

$[6, 8] = 24$; multiplicamos la ecuación (1) por -3 y la (2) por 4, y sumamos las ecuaciones resultantes:

$$\begin{array}{r} -24x + 21y = 12 \\ 24x - 12y = 24 \\ \hline 9y = 36; \end{array}$$

$\therefore \quad y = 4 \quad$ {dividiendo ambos miembros de la ecuación por 4} $\quad (3)$

Sustituimos (3) en (2):

$$6x - 3(4) = 6,$$

$\Rightarrow \quad 6x - 12 = 6,$

$\Rightarrow \quad 6x = 18 \quad$ {sumando 12 en ambos miembros de la ecuación};

$\therefore \quad x = 3 \quad$ {dividiendo por 6 ambos miembros}

Respuesta: $x = 3$, $y = 4$.

2. $\begin{cases} x - 1 = y + 1 \\ x - 3 = 3y - 7 \end{cases}$

Solución:

$$\begin{cases} x - 1 = y + 1 \\ x - 3 = 3y - 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - y = 1 + 1 \\ x - 3y = -7 + 3 \end{cases} \quad \{\text{transponiendo}\},$$

$$\Rightarrow \quad \begin{cases} x - 1 = y + 1 \\ x - 3 = 3y - 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - y = 2 & (1) \\ x - 3y = -4 & (2) \end{cases} \quad \{\text{reduciendo y nombrando las ecuaciones}\},$$

Multiplicamos la ecuación (2) por -1 y la sumamos con la (1):

$$\begin{array}{r} x \quad - y = 2 \\ -x + 3y = 4 \\ \hline 2y = 6; \end{array}$$

$\therefore \quad y = 3 \quad$ {dividiendo ambos miembros de la ecuación por 2} $\quad (3)$

Sustituimos (3) en (1):

$$x - 3 = 2;$$

$\therefore \quad x = 5 \quad$ {sumando 3 en ambos miembros de la ecuación}

Respuesta: $x = 5$, $y = 2$.

3. $\begin{cases} 3(x+2)=2y \\ 2(y+5)=7x \end{cases}$

Solución:

$$\begin{cases} 3(x+2)=2y \\ 2(y+5)=7x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x+6=2y \\ 2y+10=7x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-2y=-6 & (1) \\ -7x+2y=-10 & (2) \end{cases} \quad \{\text{transponiendo}\},$$

Sumamos las ecuaciones:

$$\begin{array}{r} 3x-2y=\ -6 \\ \underline{-7x+2y=-10} \\ -4x\qquad =-16; \end{array}$$

$\therefore \quad x=4 \quad$ {dividiendo ambos miembros de la ecuación por -4} $\quad (3)$

Sustituimos (3) en (2):

$-7(4)+2y=-10,$

$\Rightarrow \quad -28+2y=-10,$

$\Rightarrow \quad 2y=18 \quad$ {sumando 28 en ambos miembros de la ecuación};

$\therefore \quad y=9 \quad$ {dividiendo ambos miembros de la ecuación por 2}

Respuesta: $x=4$, $y=9$.

4. $\begin{cases} x-1=2(y+6) \\ x+6=3(1-2y) \end{cases}$

Solución:

$$\begin{cases} x-1=2(y+6) \\ x+6=3(1-2y) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=2y+12 \\ x+6=3-6y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2y=12+1 \\ x+6y=3-6 \end{cases} \quad \{\text{transponiendo}\},$$

$$\Rightarrow \quad \begin{cases} x-1=2(y+6) \\ x+6=3(1-2y) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2y=13 & (1) \\ x+6y=-3 & (2) \end{cases} \quad \{\text{reduciendo}\}$$

Multiplicamos la (1) por -1 y la ecuación resultante la sumamos con la (2):

$$\begin{array}{r} -x+2y=-13 \\ \underline{x+6y=\ -3} \\ 8y=-16; \end{array}$$

$\therefore \quad y=-2 \quad$ {dividiendo ambos miembros de la ecuación por 8} $\quad (3)$

Sustituimos (3) en (2):

$x+6(-2)=-3,$

$\Rightarrow \quad x-12=-3;$

$\therefore \quad x=9 \quad$ {sumando 12 en ambos miembros}

Respuesta: $x=9$, $y=-2$.

Resolución de sistemas numéricos de dos ecuaciones fraccionarias con dos incógnitas

Procedimiento

1. Se nombran las ecuaciones
2. Se halla el M.C.D en ambas ecuaciones
3. Se suprimen los denominadores multiplicando cada término de la ecuación por su respectivo mínimo común denominador M.C.D.
4. Se ordenan las ecuaciones
5. Se resuelven las ecuaciones por el Método de Reducción

Resolver los siguientes sistemas:

1. $\begin{cases} \dfrac{3x}{2} + y = 11 \\ x + \dfrac{y}{2} = 7 \end{cases}$

Solución:

Nombramos las ecuaciones:

$$\frac{3x}{2} + y = 11 \qquad (1)$$

$$x + \frac{y}{2} = 7 \qquad (2)$$

Multiplicamos ambas ecuaciones por 2:

$$3x + 2y = 22 \qquad (3)$$

$$2x + y = 14 \qquad (4)$$

Multiplicamos la ecuación (4) por -2, y la ecuación resultante, la (5), la sumamos con la (3):

$$\begin{array}{rcrl} 3x + 2y & = & 22 & \quad (3) \\ -4x - 2y & = & -28 & \quad (5) \\ \hline -x & = & -6; & \end{array}$$

$\therefore \quad x = 6 \quad$ {multiplicando ambos miembros de la ecuación por -1} $\quad (6)$

Sustituimos (6) en (4):

$$2(6) + y = 14 \Leftrightarrow 12 + y = 14;$$

$\therefore \quad y = 2 \quad$ {restando 12 en ambos miembros}.

Respuesta: $\begin{cases} x = 6 \\ y = 2 \end{cases}$

Recopilador: Dámaso Rojas. **www.galeon.com/damasorojas/**
damasorojas8@galeon.com, damasorojas8@gmail.com, joeldama@yahoo.com

13. $\begin{cases} \dfrac{x-3}{3} - \dfrac{y-4}{4} = 0 \\ \dfrac{x-4}{2} + \dfrac{y+2}{5} = 3 \end{cases}$

Solución:

Nombramos las ecuaciones:

$$\frac{x-3}{3} - \frac{y-4}{4} = 0 \qquad (1)$$

$$\frac{x-4}{2} + \frac{y+2}{5} = 3 \qquad (2)$$

El M.C.D. de la ecuación (1) es 12 y el de la (2) es 10; por lo tanto, multiplicamos la (1) por 12 y la (2) por 10:

$$4(x-3) - 3(y-4) = 0 \Leftrightarrow 4x - 12 - 3y + 12 = 0 \Leftrightarrow 4x - 3y = 0 \qquad (3)$$

$$5(x-4) + 2(y+2) = 30 \Leftrightarrow 5x - 20 + 2y + 4 = 30 \Leftrightarrow 5x + 2y = 46 \qquad (4)$$

Multiplicamos la ecuación (3) por 2 y la (4) por 3; y, sumamos las ecuaciones resultantes:

$$\begin{array}{ll} 8x - 6y = 0 & (5) \\ \underline{15x + 6y = 138} & (6) \\ 23x \qquad = 138; & \end{array}$$

$\therefore \quad x = 6 \quad$ {dividiendo ambos miembros de la ecuación por 23} $\quad (7)$

Sustituimos (7) en (4):

$$5(6) + 2y = 46 \Leftrightarrow 30 + 2y = 46 \Leftrightarrow 2y = 16 \quad \text{\{restando 30 en ambos miembros\};}$$

$\therefore \quad y = 8 \quad$ {dividiendo por 2 ambos miembros}.

Respuesta: $\begin{cases} x = 6 \\ y = 8 \end{cases}$

14. $\begin{cases} \dfrac{x-1}{2} - \dfrac{y-1}{3} = -\dfrac{13}{36} \\ \dfrac{x+1}{3} - \dfrac{y+1}{2} = -\dfrac{2}{3} \end{cases}$

Solución:

Nombramos las ecuaciones:

$$\frac{x-1}{2} - \frac{y-1}{3} = -\frac{13}{36} \qquad (1)$$

$$\frac{x+1}{3} - \frac{y+1}{2} = -\frac{2}{3} \qquad (2)$$

El M.C.D. de la ecuación (1) es 36 y el de la (2) es 6; por lo tanto, multiplicamos la (1) por 36 y la (2) por 6:

$$18(x-1)-12(y-1)=-13 \Leftrightarrow 18x-18-12y+12=-13 \Leftrightarrow 18x-12y=-7 \qquad (3)$$

$$2(x+1)-3(y+1)=-4 \Leftrightarrow 2x+2-3y-3=-4 \Leftrightarrow 2x-3y=-3 \qquad (4)$$

Multiplicamos la ecuación (4) por -4; y, sumamos las ecuaciones resultantes:

$$\begin{array}{rl} 18x-12y=-7 & (3) \\ \underline{-8x+12y=12} & (5) \\ 10x \qquad = 5; & \end{array}$$

$\therefore \quad x=\dfrac{1}{2}$ {dividiendo ambos miembros de la ecuación por 10 y simplificando} (6)

Sustituimos (6) en (4):

$$2\left(\frac{1}{2}\right)-3y=-3 \Leftrightarrow 1-3y=-3 \Leftrightarrow -3y=-4 \qquad \{\text{restando 1 en ambos miembros}\};$$

$\therefore \quad y=\dfrac{4}{3}$ {dividiendo por -3 ambos miembros}.

Respuesta: $\begin{cases} x=\dfrac{1}{2} \\ y=\dfrac{4}{3} \end{cases}$

15. $\begin{cases} \dfrac{x+1}{10}=\dfrac{y-4}{5} \\ \dfrac{x-4}{5}=\dfrac{y-2}{10} \end{cases}$

Solución:

Nombramos las ecuaciones:

$$\frac{x+1}{10}=\frac{y-4}{5} \qquad (1)$$

$$\frac{x-4}{5}=\frac{y-2}{10} \qquad (2)$$

El M.C.D. de ambas ecuaciones es 10; por lo tanto, multilplicamos las dos ecuaciones por 10:

$$x+1=2(y-4) \Leftrightarrow x+1=2y-8 \Leftrightarrow x-2y=-9 \qquad (3)$$

$$2(x-4)=y-2 \Leftrightarrow 2x-8=y-2 \Leftrightarrow 2x-y=6 \qquad (4)$$

Multiplicamos la ecuación (4) por -2 y la ecuación resultante la sumamos con la (3):

$$\begin{array}{rl} x - 2y = -\ \ 9 & (3) \\ \underline{-4x + 2y = -12} & (5) \\ -3x \qquad = -21; & \end{array}$$

$\therefore \quad x = 7 \qquad$ {dividiendo ambos miembros de la ecuación por -3} $\qquad$ (6)

Sustituimos (6) en (4):

$$2(7) - y = 6 \Leftrightarrow 14 - y = 6 \Leftrightarrow -y = -8 \qquad \text{\{restando 14 en ambos miembros\};}$$

$\therefore \quad y = 8 \qquad$ {dividiendo por -1 ambos miembros}.

Respuesta: $\begin{cases} x = 7 \\ y = 8 \end{cases}$

16. $\begin{cases} x = -\dfrac{3y+3}{4} \\ y = -\dfrac{1+5x}{4} \end{cases}$

Solución:

Nombramos las ecuaciones:

$$x = -\frac{3y+3}{4} \qquad (1)$$

$$y = -\frac{1+5x}{4} \qquad (2)$$

Multiplicamos por 4 ambas ecuaciones:

$$4x = -(3y+3) \Leftrightarrow 4x = -3y - 3 \Leftrightarrow 4x + 3y = -3 \qquad (3)$$

$$4y = -(1+5x) \Leftrightarrow 4y = -1 - 5x \Leftrightarrow 5x + 4y = -1 \qquad (4)$$

Multiplicamos la ecuación (3) por 4, y la (4) por -3; y sumamos las ecuaciones resultantes:

$$\begin{array}{rl} 16x + 12y = -12 & (5) \\ \underline{-15x - 12y = \quad 3} & (6) \\ x \qquad = \ -9 & (7) \end{array}$$

Sustituimos (7) en (3):

$$4(-9) + 3y = -3 \Leftrightarrow -36 + 3y = -3 \Leftrightarrow 3y = 33 \qquad \text{\{sumando 36 en ambos miembros\};}$$

$\therefore \quad y = 11 \qquad$ {dividiendo por 3 ambos miembros}.

Respuesta: $\begin{cases} x = -9 \\ y = 11 \end{cases}$

17. $\begin{cases} \dfrac{x+y}{6} = \dfrac{x-y}{12} \\ \dfrac{2x}{3} = y+3 \end{cases}$

Solución:

Nombramos las ecuaciones:

$$\frac{x+y}{6} = \frac{x-y}{12} \qquad (1)$$

$$\frac{2x}{3} = y+3 \qquad (2)$$

El M.C.D. de la ecuación (1) es 12 y el de la (2) es 3; por lo tanto, multiplicamos la (1) por 12 y la (2) por 3:

$$2(x+y) = x-y \Leftrightarrow 2x+2y = x-y \Leftrightarrow x+3y = 0 \qquad (3)$$

$$2x = 3(y+3) \Leftrightarrow 2x = 3y+9 \Leftrightarrow 2x-3y = 9 \qquad (4)$$

Sumamos las ecuaciones (3) y (4):

$$x+3y = 0 \qquad (3)$$

$$\underline{2x-3y = 9} \qquad (5)$$

$$3x \qquad = 9;$$

$\therefore \quad x = 3 \quad$ {dividiendo ambos miembros de la ecuación por 3} $\quad (6)$

Sustituimos (6) en (3):

$$3+3y = 0 \Leftrightarrow 3y = -3 \qquad \text{\{restando 3 en ambos miembros\};}$$

$\therefore \quad y = -1 \quad$ {dividiendo por 3 ambos miembros}.

Respuesta: $\begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \end{cases}$

18. $\begin{cases} 3x - \dfrac{y-3}{5} = 6 \\ 3y - \dfrac{x-2}{7} = 9 \end{cases}$

Solución:

Nombramos las ecuaciones:

$$3x - \frac{y-3}{5} = 6 \qquad (1)$$

$$3y - \frac{x-2}{7} = 9 \qquad (2)$$

Multiplicamos la ecuación (1) por 5 y la (2) por 7, con el objeto de suprimir denominadores:

$$15x-(y-3) = 30 \Leftrightarrow 15x-y+3 = 30 \Leftrightarrow 15x-y = 27 \qquad (3)$$

$$21y-(x-2) = 63 \Leftrightarrow 21y-x+2 = 63 \Leftrightarrow -x+21y = 61 \qquad (4)$$

Multiplicamos la ecuación (4) por 15, y la ecuación resultante la sumamos con la (3):

$$\begin{array}{rl} 15x \quad - y = \quad 27 & (3) \\ \underline{-15x + 315y = 915} & (5) \\ 314y = 942; & \end{array}$$

$\therefore \quad y = 3$ {dividiendo ambos miembros entre 314} (6)

Sustituimos (6) en (4):

$-x + 21(3) = 61 \Leftrightarrow -x + 63 = 61 \Leftrightarrow -x = -2$ {restando 63 en ambos miembros};

$\therefore \quad x = 2$ {dividiendo por -1 ambos miembros}.

Respuesta: $\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$

Sistemas literales de dos ecuaciones con dos incógnitas

1. $\begin{cases} x + y = a + b \\ x - y = a - b \end{cases}$

Solución:

Nombramos las ecuaciones:

$$\begin{array}{rl} x + y = a + b & (1) \\ \underline{x - y = a - b} & (2) \\ 2x \quad = 2a & \text{\{sumamos las ecuaciones\};} \end{array}$$

$\therefore \quad x = a$ {dividiendo ambos miembros de la ecuación por 2} (3)

Sustituimos (3) en (1):

$a + y = a + b;$

$\therefore \quad y = b$ {restando a en ambos miembros de la ecuación}

Respuesta: $\begin{cases} x = a \\ y = b \end{cases}$

2. $\begin{cases} 2x + y = b + 2 \\ bx - y = 0 \end{cases}$

Solución:

Nombramos las ecuaciones:

$$\begin{array}{rl} 2x + y = b + 2 & (1) \\ \underline{bx - y = 0} & (2) \\ (b + 2)x = b + 2 & \text{\{sumamos las ecuaciones\};} \end{array}$$

$\therefore \quad x = 1$ {dividiendo ambos miembros de la ecuación por $(b + 2)$} (3)

Sustituimos (3) en (1):

$$2(1) + y = b + 2 \Leftrightarrow 2 + y = b + 2;$$

$\therefore \quad y = b \qquad$ {restando 2 en ambos miembros de la ecuación}

Respuesta: $\begin{cases} x = 1 \\ y = b \end{cases}$

3. $\begin{cases} 2x - y = 3a \\ x - 2y = 0 \end{cases}$

Solución:

Nombramos las ecuaciones:

$$2x - y = 3a \qquad (1)$$
$$x - 2y = 0 \qquad (2)$$

Multiplicamos la ecuación (2) por -2, y la ecuación resultante, la (3), la sumamos con la (1):

$$\begin{array}{rl} -2x + 4y = 0 & (3) \\ 2x \quad - y = 3a & (1) \\ \hline 3y = 3a; & \end{array}$$

$\therefore \quad y = a \qquad$ {dividiendo ambos miembros de la ecuación por 3} $\qquad$ (4)

Sustituimos (4) en (2):

$$x - 2a = 0;$$

$\therefore \quad x = 2a \qquad$ {sumando $2a$ en ambos miembros de la ecuación}

Respuesta: $\begin{cases} x = 2a \\ y = a \end{cases}$

4. $\begin{cases} x - y = 1 - a \\ x + y = 1 + a \end{cases}$

Solución:

Nombramos las ecuaciones:

$$\begin{array}{rl} x - y = 1 - a & (1) \\ x + y = 1 + a & (2) \\ \hline 2x \quad = 2 & \end{array}$$

{sumamos las ecuaciones};

$\therefore \quad x = 1 \qquad$ {dividiendo ambos miembros de la ecuación por 2} $\qquad$ (3)

Sustituimos (3) en (2):

$$1 + y = 1 + a;$$

$\therefore \quad y = a \qquad$ {restando 1 en ambos miembros de la ecuación}

Respuesta: $\begin{cases} x = 1 \\ y = a \end{cases}$

5. $\begin{cases} \dfrac{x}{a} + y = 2b \\ \dfrac{x}{b} - y = a - b \end{cases}$

<u>Solución</u>:

Nombramos las ecuaciones:

$$\frac{x}{a} + y = 2b \qquad (1)$$

$$\frac{x}{b} - y = a - b \qquad (2)$$

Multipliquemos cada término de la ecuación (1) por a, y cada término de la (2) por $-b$:

$$x + ay = 2ab \qquad (3)$$

$$-x + by = -ab + b^2 \qquad (4)$$

$$(a+b)y = ab + b^2 \Leftrightarrow (a+b)y = (a+b)b \qquad \{\text{sumando las ecuaciones}\};$$

$\therefore \quad y = b \qquad \{\text{dividiendo ambos miembros de la ecuación por } (a+b)\} \qquad (5)$

Sustituimos (5) en (3):

$$x + ab = 2ab;$$

$\therefore \quad x = ab \qquad \{\text{restando } ab \text{ en ambos miembros de la ecuación}\}$

Respuesta: $\begin{cases} x = ab \\ y = b \end{cases}$

18. $\begin{cases} (a-b)x - (a+b)y = b^2 - 3ab \\ (a+b)x - (a-b)y = ab - b^2 \end{cases}$

<u>Solución</u>:

Nombramos las ecuaciones:

$$(a-b)x - (a+b)y = b^2 - 3ab \qquad (1)$$

$$(a+b)x - (a-b)y = ab - b^2 \qquad (2)$$

Multiplicamos la ecuación (1) por $-(a+b)$ y la (2) por $(a-b)$; luego, sumamos las ecuaciones resultantes, la (3) y la (4):

$$-(a+b)(a-b)x + (a+b)^2 y = \{-(a+b)(b^2 - 3ab) = 2ab^2 + 3a^2b - b^3\} \qquad (3)$$

$$(a+b)(a-b)x - (a-b)^2 y = \{(a-b)(ab - b^2) = -2ab^2 + a^2b + b^3\} \qquad (4)$$

$$(a+b)^2 y - (a-b)^2 y = 4a^2b,$$

$\Rightarrow \quad \left[(a+b)^2-(a-b)^2\right]y = 4a^2b \quad$ {factorizando},

$\Rightarrow \quad \left[(a+b-a+b)(a+b+a-b)\right]y = 4a^2b \quad$ {factorizando la diferencia de cuadrados},

$\Rightarrow \quad \left[(2b)(2a)\right]y = 4a^2b \quad$ {simplificando},

$\Rightarrow \quad 4aby = 4a^2b \quad$ {efectuando los productos indicados};

$\therefore \quad y = a \quad$ {dividiendo ambos miembros de la ecuación por $4ab$} (5)

Sustituimos (5) en (1):

$$(a-b)x-(a+b)a = b^2-3ab \Leftrightarrow (a-b)x = b^2-3ab+(a+b)a \Leftrightarrow (a-b)x = b^2-3ab+a^2+ab$$

$$\Leftrightarrow \quad (a-b)x = b^2-3ab+a^2+ab \Leftrightarrow (a-b)x = b^2-2ab+a^2 \Leftrightarrow (a-b)x = (a-b)^2;$$

$\therefore \quad x = a-b \quad$ {dividiendo ambos miembros de la ecuación por $(a-b)$}

Respuesta: $\begin{cases} x = a-b \\ y = a \end{cases}$.

19. $\begin{cases} \dfrac{x+b}{a}+\dfrac{y-b}{b} = \dfrac{a+b}{b} \\ \dfrac{x-a}{b}-\dfrac{y-a}{a} = -\dfrac{a+b}{b} \end{cases}$

Solución:

Nombramos las ecuaciones:

$$\frac{x+b}{a}+\frac{y-b}{b} = \frac{a+b}{b} \qquad (1)$$

$$\frac{x-a}{b}-\frac{y-a}{a} = -\frac{a+b}{a} \qquad (2)$$

Multiplicamos ambas ecuaciones por ab:

$\therefore \quad b(x+b)+a(y-b) = a(a+b) \Leftrightarrow bx+b^2+ay-ab = a^2+ab \Leftrightarrow bx+ay = a^2+2ab-b^2 \quad (3)$

$\therefore \quad a(x-a)-b(y-a) = -a(a+b) \Leftrightarrow ax-a^2-by+ab = -ab-b^2 \Leftrightarrow ax-by = a^2-2ab-b^2 \quad (4)$

Multplicamos la ecuación (3) por b y la ecuación (4) por a:

$$\begin{array}{l} b^2x+aby = a^2b+2ab^2-b^3 \\ \underline{a^2x-aby = a^3-2a^2b-ab^2} \end{array}$$

$$(a^2+b^2)x = a^3-a^2b+ab^2-b^3 \Leftrightarrow (a^2+b^2)x = a^2(a-b)+b^2(a-b) \Leftrightarrow (a^2+b^2)x = (a-b)(a^2+b^2);$$

$\therefore \quad x = a-b \quad$ {dividiendo ambos miembros de la ecuación por (a^2+b^2)} (5)

Sustituimos (5) en (3):

$$b(a-b)+ay = a^2+2ab-b^2 \Leftrightarrow ab-b^2+ay = a^2+2ab-b^2 \Leftrightarrow ay = a^2+ab \Leftrightarrow ay = a(a+b);$$

$\therefore \quad y = a+b \quad$ {dividiendo ambos miembros de la ecuación por a}

Respuesta: $\begin{cases} x = a-b \\ y = a+b \end{cases}$

20. $\begin{cases} \dfrac{x}{a+b}+\dfrac{y}{a+b}=\dfrac{1}{ab} \\ \dfrac{x}{b}+\dfrac{y}{a}=\dfrac{a^2+b^2}{a^2b^2} \end{cases}$

Solución:

Nombramos las ecuaciones:

$$\frac{x}{a+b}+\frac{y}{a+b}=\frac{1}{ab} \qquad (1)$$
$$\frac{x}{b}+\frac{y}{a}=\frac{a^2+b^2}{a^2b^2} \qquad (2)$$

Multiplicamos la ecuación (1) por $ab(a+b)$ y la ecuación (2) por a^2b^2:

$$abx+aby=a+b \qquad (3)$$
$$a^2bx+ab^2y=a^2+b^2 \qquad (4)$$

Multplicamos la ecuación (3) por a y la ecuación (4) por -1:

$$a^2bx+a^2by=a^2+ab$$
$$-a^2bx-ab^2y=-a^2-b^2$$
$$(a^2b-ab^2)y=ab-b^2 \Leftrightarrow ab(a-b)y=b(a-b);$$

$\therefore \quad y=\dfrac{1}{a}$ {dividiendo ambos miembros de la ecuación por $ab(a-b)$} (5)

Sustituimos (5) en (3):

$$abx+ab\left(\frac{1}{a}\right)=a+b \Leftrightarrow abx+b=a+b \Leftrightarrow abx=a;$$

$\therefore \quad x=\dfrac{1}{b}$ {dividiendo ambos miembros de la ecuación por ab}

Respuesta: $\begin{cases} x=\dfrac{1}{b} \\ y=\dfrac{1}{a} \end{cases}$

Ecuaciones simultáneas con incógnitas en los denominadores

Procedimiento

Vamos a mostrar un método especial en el que no hay necesidad de suprimir los denominadores para eliminar una de las incógnitas

1. Se ordenan y nombran las ecuaciones
2. Se multiplican las ecuaciones por números adecuados que hagan que los coeficientes de una de las incógnitas (la que se va a eliminar) sean iguales en ambas ecuaciones pero con signos opuestos
3. Se suman, término a término, las ecuaciones resultantes
4. Se despeja la incógnita que queda
5. Se sustituye el valor obtenido, en el paso anterior, para la incógnita, en una de las ecuaciones originales y se halla el valor de la segunda incógnita

Resolver los sistemas:

1. $\begin{cases} \dfrac{1}{x}+\dfrac{2}{y}=\dfrac{7}{6} \\ \dfrac{2}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{4}{3} \end{cases}$

Solución:

$$\frac{1}{x}+\frac{2}{y}=\frac{7}{6} \quad (1)$$

$$\frac{2}{x}+\frac{1}{y}=\frac{4}{3} \quad (2)$$

Con el objeto de eliminar la y, multiplicamos la ecuación (2) por -2, y la ecuación resultante la sumamos con la (1):

$$\begin{array}{r} -\dfrac{4}{x}-\dfrac{2}{y}=-\dfrac{8}{3} \\ \dfrac{1}{x}+\dfrac{2}{y}=\quad\dfrac{7}{6} \\ \hline -\dfrac{3}{x}\qquad\quad=-\dfrac{3}{2} \end{array}$$

$\Rightarrow \quad \dfrac{1}{x}=\dfrac{1}{2}$ {dividiendo ambos miembros por -3};

$\therefore \quad x=2$ {invirtiendo las fracciones} (3)

Susttuimos (3) en (2):

$$\frac{2}{2}+\frac{1}{y}=\frac{4}{3} \Leftrightarrow 1+\frac{1}{y}=\frac{4}{3} \Leftrightarrow \frac{1}{y}=\frac{4}{3}-1 \Leftrightarrow \frac{1}{y}=\frac{1}{3};$$

$\therefore \quad y=3$ {invirtiendo las fracciones}

Respuesta: $\begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases}$

2. $\begin{cases} \dfrac{3}{x}-\dfrac{2}{y}=\dfrac{1}{2} \\ \dfrac{2}{x}+\dfrac{5}{y}=\dfrac{23}{12} \end{cases}$

Solución:

$$\frac{3}{x}-\frac{2}{y}=\frac{1}{2} \quad (1)$$

$$\frac{2}{x}+\frac{5}{y}=\frac{23}{12} \quad (2)$$

Con el objeto de eliminar la y, multiplicamos la ecuación (1) por 5 y la (2) por 2; y sumamos las ecuaciones resultantes:

$$\begin{array}{l} \dfrac{15}{x} - \dfrac{10}{y} = \dfrac{5}{2} \\ \dfrac{4}{x} + \dfrac{10}{y} = \dfrac{46}{12} \\ \hline \dfrac{19}{x} \qquad = \dfrac{19}{3} \end{array}$$

$\Rightarrow \quad \dfrac{1}{x} = \dfrac{1}{3}$ {dividiendo ambos miembros por 19};

$\therefore \quad x = 3$ {invirtiendo las fracciones} (3)

Susttuimos (3) en (1):

$$\frac{3}{3} - \frac{2}{y} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 1 - \frac{2}{y} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow -\frac{2}{y} = \frac{1}{2} - 1 \Leftrightarrow -\frac{2}{y} = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{2}{y} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{y}{2} = 2;$$

$\therefore \quad y = 4$ {multiplicando cada miembro de la ecuación por 2}

Respuesta: $\begin{cases} x = 3 \\ y = 4 \end{cases}$

3. $\begin{cases} \dfrac{5}{x} + \dfrac{4}{y} = 7 \\ \dfrac{7}{x} - \dfrac{6}{y} = 4 \end{cases}$

<u>Solución</u>:

$$\frac{5}{x} + \frac{4}{y} = 7 \quad (1)$$

$$\frac{7}{x} - \frac{6}{y} = 4 \quad (2)$$

Con el objeto de eliminar la y, multiplicamos la ecuación (1) por 3 y la (2) por 2; y sumamos las ecuaciones resultantes:

$$\begin{array}{l} \dfrac{15}{x} + \dfrac{12}{y} = 21 \\ \dfrac{14}{x} - \dfrac{12}{y} = \ 8 \\ \hline \dfrac{29}{x} \qquad = 29 \end{array}$$

$\Rightarrow \quad \dfrac{x}{29} = \dfrac{1}{29}$ {invirtiendo las fracciones};

$\therefore \quad x = 1$ {multiplicando cada miembro de la fracción por 29} (3)

4. $\begin{cases} \dfrac{12}{x}+\dfrac{5}{y}=-\dfrac{13}{2} \\ \dfrac{18}{x}+\dfrac{7}{y}=-\dfrac{19}{2} \end{cases}$

Solución:

$$\frac{12}{x}+\frac{5}{y}=-\frac{13}{2} \quad (1)$$

$$\frac{18}{x}+\frac{7}{y}=-\frac{19}{2} \quad (2)$$

Con el objeto de eliminar la x, multiplicamos la ecuación (1) por 3 y la (2) por -2;
y sumamos las ecuaciones resultantes:

$$\begin{array}{r} \dfrac{36}{x}+\dfrac{15}{y}=-\dfrac{39}{2} \\ -\dfrac{36}{x}-\dfrac{14}{y}=\ \ \dfrac{38}{2} \\ \hline \dfrac{1}{y}=-\dfrac{1}{2} \end{array}$$

$\Rightarrow \quad y=-2 \quad$ {invirtiendo las fracciones} $\quad (3)$

Sustituimos (3) en (1):

$$\frac{12}{x}+\frac{5}{-2}=-\frac{13}{2} \Leftrightarrow \frac{12}{x}=-\frac{13}{2}+\frac{5}{2} \Leftrightarrow \frac{12}{x}=-\frac{8}{2} \Leftrightarrow \frac{12}{x}=-4 \Leftrightarrow \frac{x}{12}=-\frac{1}{4};$$

$\therefore \quad x=-3 \quad$ {multiplicando cada miembro de la ecuación por 12 y simplificando}

Respuesta: $\begin{cases} x=-3 \\ y=-2 \end{cases}$

DÁMASO ROJAS
ENERO 2008